



TITLE:

8.自己相似性をもつ界面の運動(パターン形成,運動と統計,研究会報告)

AUTHOR(S):

豊木, 博泰; 本田, 勝也

CITATION:

豊木, 博泰 ...[et al]. 8.自己相似性をもつ界面の運動(パターン形成,運動と統計,研究会報告). 物性研究 1985, 44(3): 443-446

ISSUE DATE:

1985-06-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/91608>

RIGHT:

ことがわかる。 $\phi \sim 0.5$ の自己相補的な界面系では明らかに $q_M \sim q_C$ であるが、 q_P との大小関係はいずれの場合も考えられる。例えば、smoothening が percolation に遅れると

$$q_C \ll q_P$$

となり、Porod tail 部は主要部から追い出されて q^{-6} 的な形への cross over が起こり得る。

中間の ϕ の値に対する不規則な表面を持つクラスター系では、一つのクラスターの散乱関数を (散乱ベクトルの) 方向について平均したものは適当な半径分布を持った球系に等価であることを示すことができる。したがってクラスターが球形からずれて不規則になることにより、散乱関数の tail 部の振動はさらに平均化されて収束が速くなり、ピークは鋭くなる。

文 献

- 1) 好村滋洋, 物理学会誌, 40 (1985), No. 1, 42.
- 2) S. Katano and M. Iizumi, Phys. Rev. Letters 52 (1984), 835.
- 3) H. Tomita, Prog. Theor. Phys. 72 (1984), 656.
- 4) P. A. Rikvold and J. D. Gunton, Phys. Rev. Letters 49 (1982), 1972.
- 5) H. Tomita, Prog. Theor. Phys. 71 (1984), 1405.
- 6) T. Ohta, Ann. of Phys. 158 (1984) 31.

8. 自己相似性をもつ界面の運動

名大・工 豊木博泰, 本田勝也

秩序変数が保存しない系において、相転移点以下に急冷した場合の秩序形成のダイナミックスを、界面の運動に注目して解析しようという試みがいくつか行われてきた¹⁾。その結果は、Kinetic Ising 模型の Monte Carlo シミュレーション (KIM)²⁾ による結果とよい一致を示す。特に太田, Jasnow, 川崎の u -場理論は、KIM と同様の相関関数を導く。しかし、この理論では界面の運動方程式が直接扱われているわけではない。従って、両者の関係をより明らかにするために、界面の運動それ自体を格子上でシミュレートし、KIM の結果とくらべることは有意義であろう。われわれは、時間的・空間的に離散的な界面モデルの第一歩として、界面の複雑さが一様な場合について考察したのでそれを報告する。そして、その結果と KIM

における界面の形状との比較を行う。

連続場の界面方程式は次のように書かれる。

$$V_n = -F(K) \quad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = \int_0^S K(S') V_n(S') dS' \quad (2)$$

$$\frac{dK}{dt} = -\left(K^2 + \frac{\partial^2}{\partial S^2}\right) V_n \quad (3)$$

ここで, V_n は界面の法線方向速度, S は界面上の座標, K は平均曲率である。(2), (3) は幾何学的関係式であり, 系の性質を反映するものは(1)のみである。Allen-Cahnらによって導かれている式は $V_n = -\gamma K$ である。われわれが扱いたいのは, 格子の大きさと同程度に複雑に入り組んだ界面の運動なので, (1)~(3)の方程式を単純に差分化するのは意味がない。特に(1)~(3)は非線形性の強い系なので離散化が困難である。

そこで次のようなモデル化を行う。界面の空間的形態は自己相似的であるという考えのもとに, 初期状態がフラクタル的であり, それが時間とともに単純化していくモデルを, (1)~(3)と類似になるように作る。相似比 r , エレメントの増倍数 N のフラクタル図形を考える。空間の次元を d , エレメントの次元を $d-1$ とする。図1の例のように, ある段階(k)のエレメントの長さを r_k とし, k から $k-1$ へ縮む時間を τ_k とする。方程式(1)~(3)との関連で, $K(S) \rightarrow r_k^{-1}$ と対応づける。界面の面積 $A = \int_{\text{全曲面}} d^{d-1} S$ に対応する量を, $A_k = (r^{d-1} N)^k$ とすると, これらの運動方程式は

$$\frac{dA}{dt} = \int_{\text{全曲面}} K V_n d^{d-1} S \rightarrow \frac{A_k - A_{k-1}}{\tau_k} = -N^k r^{-k+(d-1)k} F(r^{-k})$$

と対応づけられる。ここで $\tau_k = r^k$ を用いている。これより, τ_k が r_k の関数として

$$\tau_k = c r^k / F(r^{-k}), \quad c = 1 - 1/r^{d-1} N$$

と導かれる。初期状態 ($k=\infty$) から k 段階まで縮む時間を $T_k = \sum_{k=\infty}^{\infty} \tau_k$ と定義する。

特に $F(r^{-k}) = c r^{-\beta k}$ ($V_n \propto K^\beta$ に相当)

である場合には,

$$\begin{aligned} \tau_k &= r_0 T^{1/(1-\beta)}, \\ r_0 &= \left(\frac{1 - r^{1+\beta}}{r^{1+\beta}} \right)^{1/(1+\beta)} \end{aligned}$$

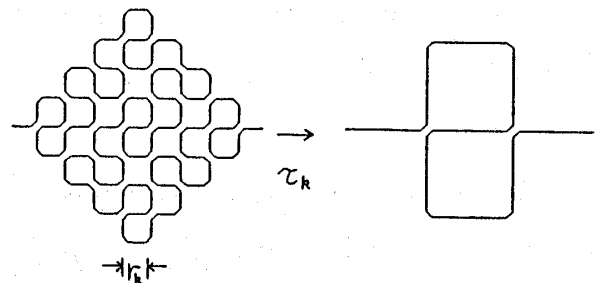


図1 自己相似図形の例

$$A_k = A_0 T_k^{(d-1-D)/(1-\beta)}, \quad A_0 = r_0^{d-1-D}$$

となる。ここで D は、 $D = \ln N / \ln(1/r)$ で定義されるフラクタル次元である。

Allen-Cahn モデルの場合 ($\beta = 1$)、 $A \propto T^{-1/2}$ が導かれ¹⁾ シミュレーションによっても支持されている。われわれの考察では、 $d = D$ のときにこれが成り立つ。これは、初期界面が空間全体をおおいつくしているという直観的描像と一致している。

以上の結果と 2-d KIM のシミュレーションより得られた界面の長さの時間依存性及びフラクタル次元をくらべてみる。温度 $T = \infty$ から $T = 0$ に急冷した場合のシミュレーションのパターン変化を図 2 に示す。周長 $L(t)$ の時間変化は、 $L(t) - L(\infty) \propto t^{-d}$ 、 $d \approx 0.5$ となる。但し、

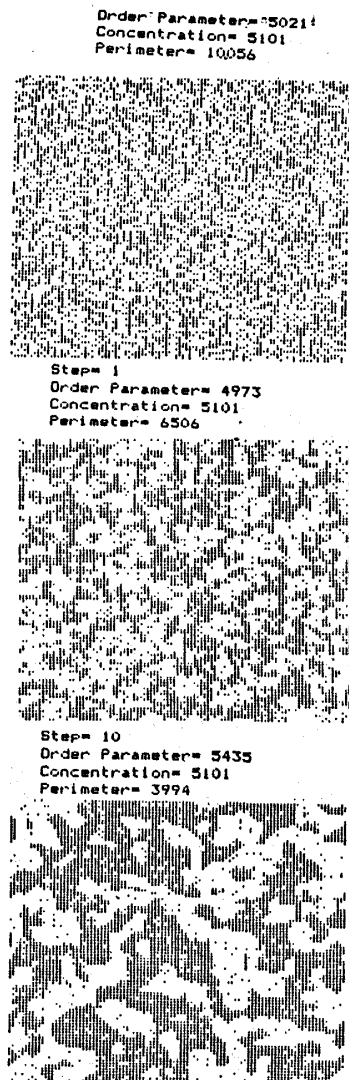


図2 Kinetic Ising Model の計算機シミュレーションにおける時間変化

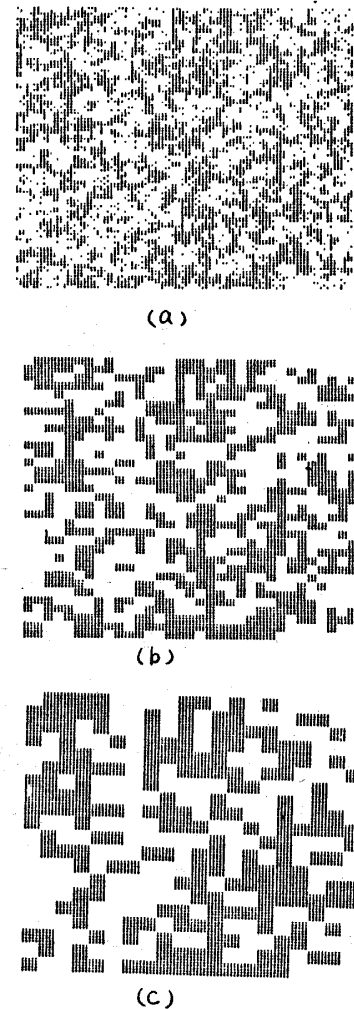


図3 粗視化。(a) $\epsilon = 1$, (b) $\epsilon = 3$, (c) $\epsilon = 5$

$L(\infty)$ はシミュレーションの結果より評価した準平衡の値である。また D は、自己相似な図形の場合、周長 L とエレメントの長さ ε との間に $L \propto \varepsilon^{1-D}$ なる関係があることを利用して決定する。各時刻のパターンを、格子間隔の奇数倍(ε)に粗視化したときの周長 $L(\varepsilon)$ を測定した (図 3)。この場合の粗視化とは、縦・横各々 ε の領域を、その中で占める面積の多い方の相で塗りつぶすことである。われわれのシミュレーションでは強磁性の場合と反強磁性の場合を行ったが、両方の場合とも $D \approx 1.7 \sim 1.8$ という結果が得られた。この結果からすれば、 $V_n \propto K$ にわずかな変更を迫るものである。しかし、上の粗視化は面積について行ったものであり、界面について行ったものではないという点に疑問が残る、さらに検討する必要がある。

文 献

- 1) S. M. Allen and J. W. Cahn, Acta. Metall. 27 (1979), 1085.
T. Ohta, D. Jasnow and K. Kawasaki, Phys. Rev. Lett. 49 (1982), 1223.
- 2) P. S. Sahni et al., Phys. Rev. 24 (1981), 410.

9. カスケードモデルにもとづく $1/f$ ノイズ

山口大・教養 古川 浩

非平衡状態におけるゆらぎはしばしば巨視的な大きさへと増大、又は逆に巨視的な大きさから減衰する。ゆらぎ自体の長さのスケールのみが系の唯一の長さのスケールであることから、その増大や、減衰は自己相似的に起こる。このような巨視的なゆらぎの増大や減衰においては、ある時点で起きた事象は、その前後にいたる時点で同等に、それ故自己相似的に起こる。

Conductivity 又は resistivity のゆらぎを伴った巨視的な現象を考えよう (図 1)。ここで Current は次々に impedances

$$z_1 = \frac{d}{dt} = i\omega, \quad z_2 = \frac{d}{dt} + r \quad (1)$$

で表現されるような 2 つの状態へ分割される。上に述べた理由で、このプロセスは自己相似的、す

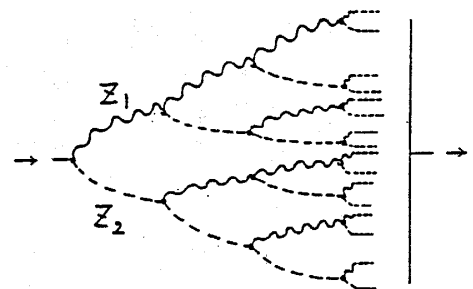


図 1